**ĐỀ ÔN THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG - NĂM HỌC 2023 - 2024**

**MÔN: TOÁN 10 - THỜI GIAN: 90 PHÚT**

**Câu 1:** Phương trình tổng quát của đường thẳng  đi qua hai điểm  và  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**.

**Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ  xác định tâm và bán kính của đường tròn .

**A.**. **B.**. **C.**. **D. **.

**Câu 3:** Cho hình vuông  có độ dài cạnh bằng . Tính  theo .

**A. **. **B.** . **C. **. **D.** .

**Câu 4:** Cho Parabol  có đỉnh  và đi qua điểm. Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 5:** Biết rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn . Nghiệm lớn nhất của phương trình là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 6:** Biết phương trình  có đúng một nghiệm có dạng . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 7:** Trong mặt phẳng tọa độ , cho hai điểm . Khoảng cách từ trung điểm  của đoạn  đến đường thẳng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 8:** Trong mp, xác định vị trí tương đối của 2 ĐT  và  .

**A.** Hai đường thẳng song song với nhau. **B.** Hai đường thẳng cắt nhau nhưng không vuông góc.

**C.** Hai đường thẳng vuông góc nhau. **D.** Hai đường thẳng trùng nhau.

**Câu 9:** Cho tam giác , điểm  thỏa mãn . Có bao nhiêu điểm  thỏa mãn đẳng thức trên?

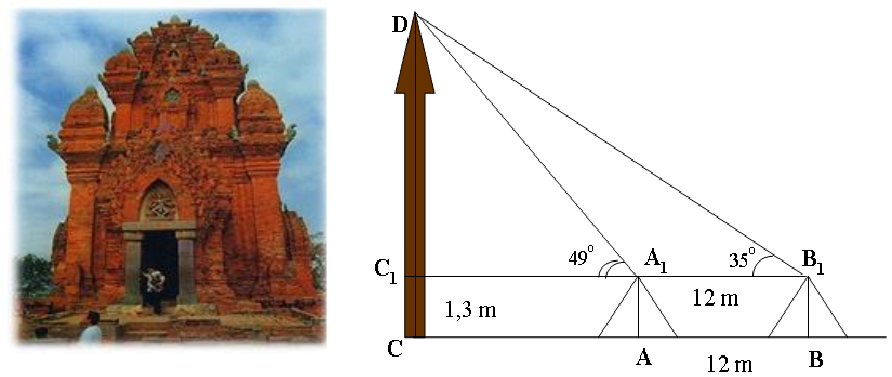
**A.  B.  C.  D.** vô số.

**Câu 10:** Cho hình bình hành  tâm . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

**A.** . **B.** . **C.** . **D. **.

**Câu 11:** Cho tam giác . Gọi  là điểm thuộc cạnh  sao cho ,  là trung điểm của  và  là trung điểm của . Biết . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 12:** Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm  và  trên mặt đất có khoảng cách  cùng thẳng hàng với chân  của tháp để đặt hai giác kế. Chân của giác kế có chiều cao . Gọi  là đỉnh tháp và hai điểm ,  cùng thẳng hàng với  thuộc chiều cao  của tháp. Người ta đo được góc  và . Chiều cao  của tháp gần nhất với kết quả nào sau đây ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 13:** Cho tam giác  có . Tập hợp điểm  sao cho là một đường tròn có bán kính bằng

**A.** . **B.** ****. **C.** . **D.** ****.

**Câu 14:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , đường thẳng đi qua  và cách điểm  một khoảng bằng  có phương trình tổng quát là

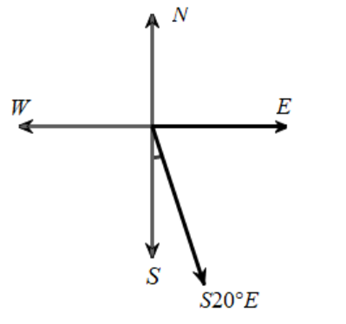
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 15:** Trong kì thi khảo sát lần 1 của trường, lớp 10C1 có ba học sinh đạt điểm cao nhất. Giáo viên chủ nhiệm dự định tặng vở cho các em với tổng số tiền mua quà cho cả ba em không vượt quá  đồng. Có 2 loại vở: Vở  trang có giá  đồng, vở  trang có giá  đồng. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách tặng quà cho các em. Biết rằng phần quà của các em là như nhau và mỗi phần quà đều có đủ cả hai loại vở.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 16:** Gọi  là tập các giá trị  để parabol  có đỉnh nằm trên đường thẳng . Tính tổng các giá trị của tập 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 17:** Trên một dòng sông, một ca nô chuyển động thẳng đều theo hướng  với vận tốc . Tính vận tốc riêng của ca nô, biết rằng nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc bằng  (kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****

**Câu 18:** Một doanh nghiệp kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay đang tập trung chiến lược kinh doanh xe Honda Future với chi phí mua vào là  triệu đồng một chiếc và bán ra với giá  triệu đồng một chiếc; Với giá bán như trên thì một năm bán được  chiếc; Nhằm thúc đẩy doanh số, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính nếu giảm  triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm  chiếc; Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để thu được lợi nhuận lớn nhất?

**A.** triệu đồng. **B.** triệu đồng. **C.** triệu đồng. **D.** triệu đồng.

**Câu 19:** Cho số thực . Điều kiện cần và đủ để  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 20:** Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ trong đó  là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên;  là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao . Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao . Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?

**A.** giây. **B.** giây. **C.** giây. **D.** giây.

**Câu 21:** Cho tam giác. Gọi  là điểm thỏa mãn . Biết . Tính độ dài cạnh 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 22:** Trong hệ toạ độ , cho hai điểm , . Tìm toạ độ điểm  trên trục hoành sao cho tam giác  cân tại .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 23:** Trong mặt phẳng toạ độ  cho điểm . Giả sử  và  (với  là các số thực không âm) là hai điểm sao cho tam giác  vuông tại  và có diện tích nhỏ nhất. Tính độ dài của vectơ .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 24:** Trong hệ trục toạ độ , cho đường thẳng , viết phương trình đường tròn  tâm  biết  cắt  tại hai điểm  sao cho .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** 

**Câu 25:** Một nhân viên bán hàng sẽ nhận được mức lương cơ bản là  triệu đồng mỗi tháng và một khoản hoa hồng là  doanh số nếu tổng doanh số bán hàng trên  triệu đồng trong tháng. Ngoài ra, nếu doanh số bán hàng hàng tháng là  triệu đồng hoặc nhiều hơn thì nhân viên bán hàng nhận được thêm tiền thưởng là  triệu đồng. Hỏi nếu doanh số trong  tháng của nhân viên đó là  triệu đồng thì nhân viên đó sẽ nhận được bao nhiêu tiền lương?

**A.** triệu đồng. **B.** triệu đồng. **C.** triệu đồng. **D.** triệu đồng.

**Câu 26:** Hai xuồng máy A và B xuất phát cùng một thời điểm từ một vị trí trên bờ sông.Sau , quãng đường đi được của xuồng A và xuồng B lần lượt được xác định bởi các hệ thức:  . Biết rằng hai xuồng chuyển động theo 2 phương hợp với nhau một góc bằng  và sau  thì xuồng B đi được . Hãy xác định .

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Câu 27:** Cho tam giác , đặt , , . Tam giác  có , và . Số đo góc  của tam giác bằng

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Câu 28:** Trong mặt phẳng với hệ toạ độ , cho đường thẳng  Đường tròn  có bán kính  cắt  tại hai điểm  sao cho . Các tiếp tuyến của  tại hai điểm  cắt nhau tại một điểm thuộc tia . Phương trình của đường tròn  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 29:** Cho hàm số,  là tham số. Tìm số giá trị nguyên của tham số  để  có tập xác định ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 30:** Trong mặt phẳng tọa độ , cho elip  có phương trình chính tắc , với . Biết  đi qua điểm  và  nhìn hai tiêu điểm của  dưới một góc vuông. Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 31:** Cho điểm  nằm trên Hyperbol :  (trong đó ). Biết diện tích tam giác  bằng  (trong đó  là các tiêu điểm của Hyperbol ). Khi đó  với . Giá trị của biểu thức  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 32:** Trong mặt phẳng tọa độ  cho hai điểm  và . Biết có hai điểm  nằm trên parabol  sao cho tam giác  vuông tại  là . Tính giá trị biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 33:** Anh An canh gác ở ngọn hải đăng đặt tại vị trí  cách bờ biển một khoảng cách . Trên bờ biển có một cái chợ ở vị trí  cách  một khoảng . Anh An chèo thuyền từ ngọn hải đăng  đến vị trí  trên bờ biển với vận tốc  rồi đi bộ đến  với vận tốc . Biết rằng khoảng cách từ vị trí  đến  là  và thời gian anh An đi từ  đến  (qua ) là  phút. Khi đó giá trị của biểu thức  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Câu 34:** Cho hàm số  (  là tham số). Số giá trị nguyên dương của tham số  để  với mọi  thuộc  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 35:** Cho tam giác  có hai đường trung tuyến  và . Biết . Hỏi giá trị nhỏ nhất của  bằng bao nhiêu?

**A.** ****. **B.** ****. **C. **. **D. **.

**Câu 36.** Cho mẫu số liệu gồm bốn số tự nhiên khác nhau và khác , biết số trung bình là  và số trung vị là . Tìm tổng các giá trị của mẫu số liệu đó, biết hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** ****. **B.** ****. **C. **. **D. **.

**Câu 37.** Trong mặt phẳng tọa độ , cho tam giác  có , ,  lần lượt là trung điểm cạnh , trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp. Tìm tọa độ điểm , biết có hoành độ nhỏ hơn 3.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 38.** Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 20 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để được số điểm thưởng là lớn nhất.

**A.** 6 lít nước táo. **B.** 6 lít nước cam, 3 lít nước táo.

**C.** 3 lít nước cam, 6 lít nước táo. **D.** 7 lít nước cam.

**Câu 39.** Một hộp chứa  quả cầu gồm năm quả cầu xanh đánh số từ  đến , bốn quả cầu đỏ đánh số từ  đến  và bốn quả cầu vàng đánh số từ  đến . Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó  quả cầu vừa khác màu vừa khác số.

**A.** 36. **B.** 288. **C.** 24. **D.** 12.

**Câu 40.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để phương trình  có nghiệm?

**A.** 2030. **B.** 2032. **C.** 2034. **D.** 2033.

**Câu 41.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để phương trình  có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc nửa khoảng ?

**A.** 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

**Câu 42.** Có bao nhiêu giá trị của tham số  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn  bằng 1?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

**Câu 43.** Cho hàm số  . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để 

**A.** 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

**Câu 44.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  cho đường thẳng  và đường tròn . Tìm tọa độ điểm  sao cho từ  kẻ được hai tiếp tuyến  thỏa mãn khoảng cách từ  đến đường thẳng  là lớn nhất.

**A.**  . **B.**  . **C.** . **D.**  .

**Câu 45.** Cho tam giác *ABC* vuông cân tại *.* Lấy điểm *O* nằm ở miền trong tam giác  sao cho . Tính góc .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 46.** Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh 1cm.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

A diagram of a triangle

Description automatically generated with medium confidence**Câu 47.** Hằng ngày bạn Hùng đều đến đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí  cách lề đường một khoảng  để chở Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm , cách mình một đoạn  thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là , vận tốc xe đạp của Hùng là 15 . Hãy xác định vị trí  trên lề đường (cách điểm  bao nhiêu mét) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 48.** Trong mặt phẳng  cho tam giác  có đỉnh , trực tâm , đường tròn ngoại tiếp tam giác có phương trình . Biết tọa độ đỉnh , với . Hiệu  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 49.** Cho hình thang cân  (đáy lớn ) ngoại tiếp đường tròn bán kính  và nội tiếp đường tròn bán kính . Biết , số đo góc  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 50.** Cho hàm số . Gọi  lần lượt là giao điểm của đường thẳng  và đồ thị . Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số  để diện tích tam giác  đạt giá trị nhỏ nhất, với .

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

------------------------------Hết------------------------------

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1C** | **2D** | **3C** | **4C** | **5D** | **6A** | **7D** | **8B** | **9D** | **10B** | **11C** | **12B** | **13C** | **14C** | **15D** |
| **16D** | **17C** | **18C** | **19B** | **20D** | **21B** | **22D** | **23D** | **24A** | **25D** | **26C** | **27D** | **28A** | **29B** | **30D** |
| **31B** | **32D** | **33B** | **34A** | **35A** | **36A** | **37D** | **38A** | **39A** | **40C** | **41C** | **42C** | **43D** | **44B** | **45B** |
| **46C** | **47A** | **48B** | **49B** | **50B** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1:** Phương trình tổng quát của đường thẳng  đi qua hai điểm  và  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**.

**Lời giải**

Ta có  là một véctơ chỉ phương của đường thẳng .

Phương trình tổng quát của đường thẳng  đi qua điểm  và có véctơ pháp tuyến là: .

**Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ  xác định tâm và bán kính của đường tròn .

**A.**. **B.**. **C.**. **D. **.

**Lời giải**

Đường tròn  có tâm  và bán kính .

**Câu 3:** Cho hình vuông  có độ dài cạnh bằng . Tính  theo .

**A. **. **B.** . **C. **. **D.** .

**Lời giải**

***Cách 1.*** Ta có .

***Cách 2.*** Ta có .

**Câu 4:** Cho Parabol  có đỉnh  và đi qua điểm. Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có hệ phương trình  nên .

**Câu 5:** Biết rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn . Nghiệm lớn nhất của phương trình là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Phương trình có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn .

Ta có: 

Với , phương trình  có hai nghiệm phân biệt .

Nên nghiệm lớn nhất của phương trình là .

**Câu 6:** Biết phương trình có đúng một nghiệm có dạng . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Phương trình có đúng một nghiệm có dạng  là  nên 

Suy ra 

**Câu 7:** Trong mặt phẳng tọa độ , cho hai điểm . Khoảng cách từ trung điểm  của đoạn  đến đường thẳng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải** 

Do  là trung điểm đoạn , suy ra 

Ta có: .

**Câu 8:** Trong mặt phẳng tọa độ , xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng  và  .

**A.** Hai đường thẳng song song với nhau.

**B.** Hai đường thẳng cắt nhau nhưng không vuông góc.

**C.** Hai đường thẳng vuông góc nhau.

**D.** Hai đường thẳng trùng nhau.

**Lời giải**

 có vtcp ;  có vtcp .

Ta có: ,  không cùng phương và  nên  cắt nhau nhưng không vuông góc

**Câu 9:** Cho tam giác , điểm  thỏa mãn . Có bao nhiêu điểm  thỏa mãn đẳng thức trên?

**A.  B.  C.  D.** vô số.

**Lời giải**

+ Gọi  là trọng tâm của tam giác  nên điểm  cố định và duy nhất.

Khi đó 

+ 

.

+ Do đó tập hợp điểm  là đường tròn tâm  bán kính bằng 1

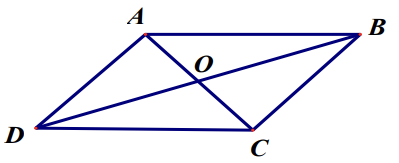
Vậy có vô số điểm  thỏa mãn đẳng thức trên.

**Câu 10:** Cho hình bình hành  tâm . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D. **.

**Lời giải**

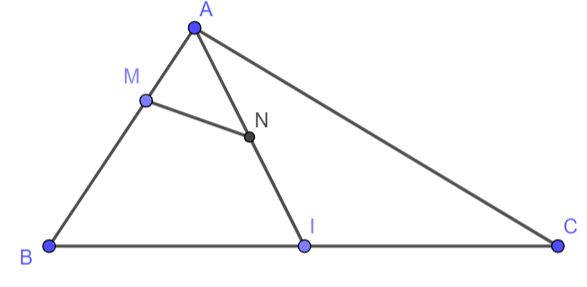


Ta có  mà  nên câu B sai.

**Câu 11:** Cho tam giác . Gọi  là điểm thuộc cạnh  sao cho ,  là trung điểm của  và  là trung điểm của . Biết . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

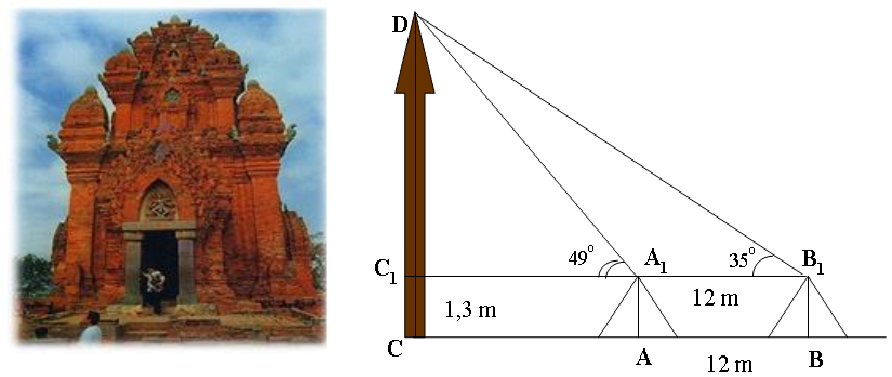
**Lời giải**





Do đó 

**Câu 12:** Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm  và  trên mặt đất có khoảng cách  cùng thẳng hàng với chân  của tháp để đặt hai giác kế. Chân của giác kế có chiều cao . Gọi  là đỉnh tháp và hai điểm ,  cùng thẳng hàng với  thuộc chiều cao  của tháp. Người ta đo được góc  và . Chiều cao  của tháp gần nhất với kết quả nào sau đây ?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Theo hình vẽ ta có .

Áp dụng định lí sin trong tam giác  ta có



Xét tam giác vuông .

Vậy chiều cao của tháp là 

**Câu 13:** Cho tam giác  có . Tập hợp điểm  sao cho là một đường tròn có bán kính bằng

**A.** . **B.** ****. **C.** . **D.** ****.

**Lời giải**

Ta thấy vuông tại .

Gọi là trung điểm của , ta có .

Gọi  là điểm thoả mãn ( do  cố định nên  là điểm cố định).





Vậy tập hợp điểm  sao cho  là một đường tròn có bán kính bằng 6.

**Câu 14:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , đường thẳng đi qua  và cách điểm  một khoảng bằng  có phương trình tổng quát là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Gọi phương trình đường thẳng  đi qua  là:

.



.

Với , ta có phương trình .

Với , ta có phương trình .

**Câu 15:** Trong kì thi khảo sát lần 1 của trường, lớp 10C1 có ba học sinh đạt điểm cao nhất. Giáo viên chủ nhiệm dự định tặng vở cho các em với tổng số tiền mua quà cho cả ba em không vượt quá  đồng. Có 2 loại vở: Vở  trang có giá  đồng, vở  trang có giá  đồng. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách tặng quà cho các em. Biết rằng phần quà của các em là như nhau và mỗi phần quà đều có đủ cả hai loại vở.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Gọi là số vở mỗi loại mà mỗi học sinh nhận được.

Theo bài ta có bất phương trình .

Ta thấy chỉ có cặp là nghiệm của bất phương trình .

Do đó giáo viên chỉ có 2 cách tặng quà.

**Câu 16:** Gọi  là tập các giá trị  để parabol  có đỉnh nằm trên đường thẳng . Tính tổng các giá trị của tập 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

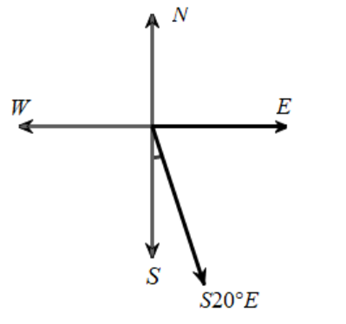
Parabol  có đỉnh .

Vì  nằm trên đường thẳng nên ta có:



Vậy 

**Câu 17:** Trên một dòng sông, một ca nô chuyển động thẳng đều theo hướng  với vận tốc . Tính vận tốc riêng của ca nô, biết rằng nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc bằng  (kết quả làm tròn hai chữ số thập phân)



**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời giải**

****

Vận tốc riêng của ca nô là: 

**Câu 18:** Một doanh nghiệp kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay đang tập trung chiến lược kinh doanh xe Honda Future với chi phí mua vào là  triệu đồng một chiếc và bán ra với giá  triệu đồng một chiếc; Với giá bán như trên thì một năm bán được  chiếc; Nhằm thúc đẩy doanh số, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính nếu giảm  triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm  chiếc; Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để thu được lợi nhuận lớn nhất?

**A.** triệu đồng. **B.** triệu đồng. **C.** triệu đồng. **D.** triệu đồng.

**Lời giải**

Gọi  là số tiền giảm của mỗi chiếc xe (đơn vị: triệu đồng). Khi đó lợi nhuận thu được là:

 triệu đồng.

Suy ra (tỷ) xảy ra khi .

Vậy giá bán mới để thu được lợi nhuận lớn nhất là: (triệu).

**Câu 19:** Cho số thực . Điều kiện cần và đủ để  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Vì nên ta có:.

**Câu 20:** Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ trong đó  là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên;  là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao . Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao . Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?

**A.** giây. **B.** giây. **C.** giây. **D.** giây.

**Lời giải**

Parabol có dạng: .

Do parabol đi qua các điểm: 

Nên ta có: .

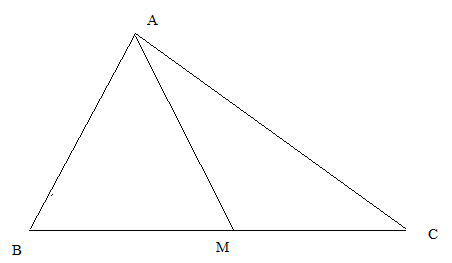
Lúc chạm đất thì .

**Câu 21:** Cho tam giác. Gọi  là điểm thỏa mãn . Biết . Tính độ dài cạnh 

**A.** .

**B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Ta có:.

Bình phương hai vế ta được: .

Mà .

**Câu 22:** Trong hệ toạ độ , cho hai điểm , . Tìm toạ độ điểm  trên trục hoành sao cho tam giác  cân tại .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có   .

Tam giác  cân tại   .

Giải phương trình ta được .

Vậy điểm .

**Câu 23:** Trong mặt phẳng toạ độ  cho điểm . Giả sử  và  (với  là các số thực không âm) là hai điểm sao cho tam giác  vuông tại  và có diện tích nhỏ nhất. Tính độ dài của vectơ .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

, .

Tam giác  vuông tại    

.

Vì  nên .

Diện tích tam giác  là: 

hay .



Vậy  khi   .

**Câu 24:** Trong hệ trục toạ độ , cho đường thẳng , viết phương trình đường tròn  tâm  biết  cắt  tại hai điểm  sao cho .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** 

**Lời giải**



Ta có .

Gọi  là trung điểm của đoạn    và .

Tam giác  vuông tại  có .

Phương trình đường tròn  tâm , bán kính  là .

**Câu 25:** Một nhân viên bán hàng sẽ nhận được mức lương cơ bản là  triệu đồng mỗi tháng và một khoản hoa hồng là  doanh số nếu tổng doanh số bán hàng trên  triệu đồng trong tháng. Ngoài ra, nếu doanh số bán hàng hàng tháng là  triệu đồng hoặc nhiều hơn thì nhân viên bán hàng nhận được thêm tiền thưởng là  triệu đồng. Hỏi nếu doanh số trong  tháng của nhân viên đó là  triệu đồng thì nhân viên đó sẽ nhận được bao nhiêu tiền lương?

**A.** triệu đồng. **B.** triệu đồng.

**C.** triệu đồng.  **D.** triệu đồng.

**Lời giải**

Doanh số bán hàng trong 1 tháng nhân viên bán hàng là  triệu đồng thì sẽ nhận được khoản hoa hồng là  doanh số và nhận được thêm tiền thưởng là  triệu đồng cùng với mức lương cơ bản là  triệu đồng. Vậy nhân viên đó sẽ nhận được tiền lương là:

( triệu đồng)

**Câu 26:** Hai xuồng máy A và B xuất phát cùng một thời điểm từ một vị trí trên bờ sông.Sau , quãng đường đi được của xuồng A và xuồng B lần lượt được xác định bởi các hệ thức:  . Biết rằng hai xuồng chuyển động theo 2 phương hợp với nhau một góc bằng  và sau  thì xuồng B đi được . Hãy xác định .

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời giải**

Giả sử 2 xuồng cùng xuất phát ở điểm O.

Sau  thì xuồng A đi được quãng đường là : ; và hệ thức  nên có một VTPT là .

Sau  thì xuồng B đi được quãng đường là  nên ta có  ; và hệ thức  có một VTPT là .

Sau hai xuồng chuyển động theo 2 phương hợp với nhau một góc bằng  nên ta có:





Mà  nên  khi đó ta có: .

Vậy  và .

**Câu 27:** Cho tam giác , đặt , , . Tam giác  có , và . Số đo góc  của tam giác bằng

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời giải**

Tam giác  có





 vì .

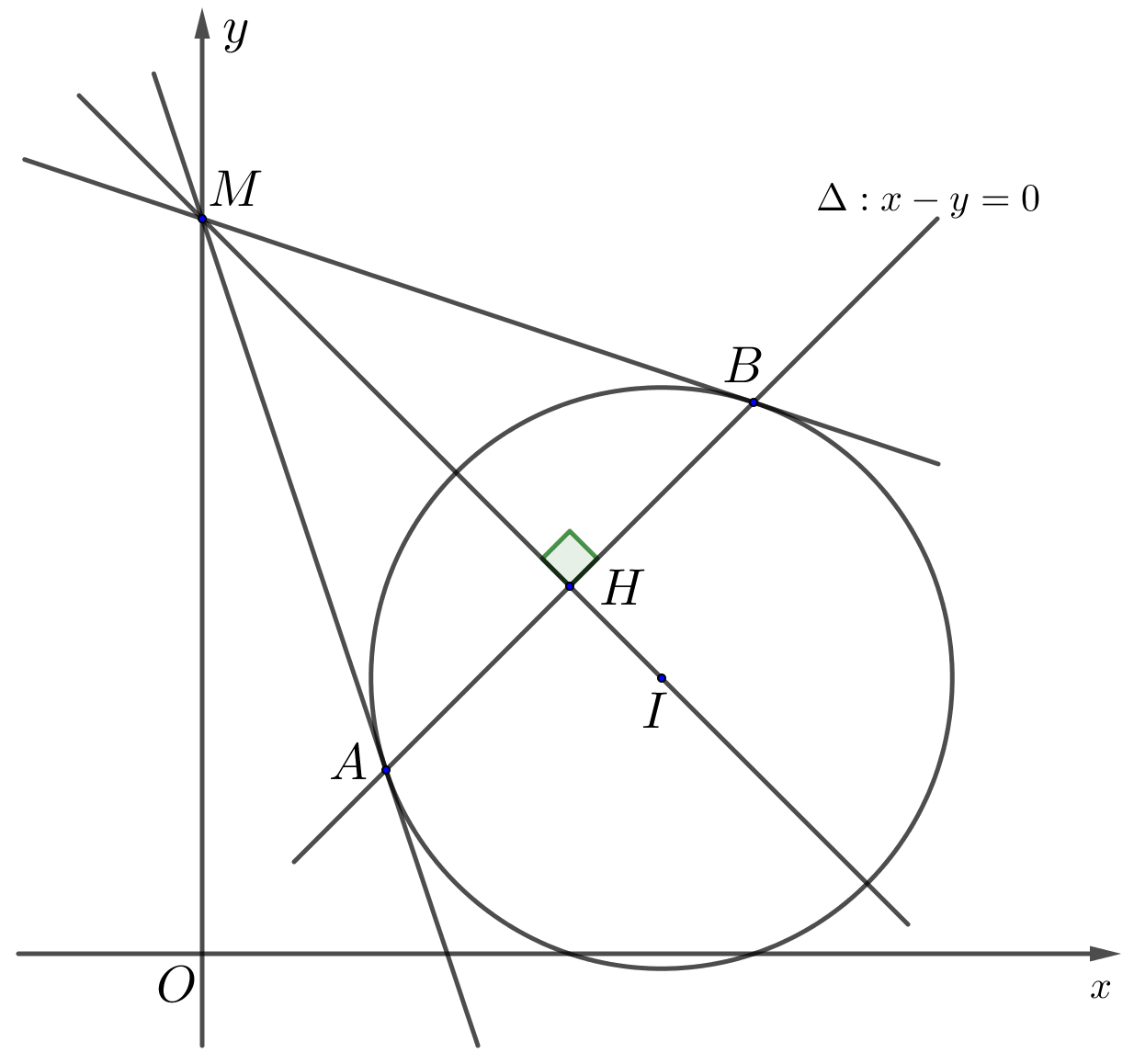
Suy ra tam giác  đều có .

**Câu 28:** Trong mặt phẳng với hệ toạ độ , cho đường thẳng  Đường tròn  có bán kính  cắt  tại hai điểm  sao cho . Các tiếp tuyến của  tại hai điểm  cắt nhau tại một điểm thuộc tia . Phương trình của đường tròn  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**



Gọi  là giao điểm của tiếp tuyến tại  và  của ,  là giao điểm của  và .

Khi đó , với ;  là trung điểm của . Suy ra .

Ta có  suy ra . Do đó .

Mà  nên . Do đó .

Đường thẳng  qua  và vuông góc với  nên có phương trình .

Do đó tọa độ điểm  thỏa mãn hệ .

Ta có , nên . Do đó .

Vậy đường tròn  có phương trình .

**Câu 29:** Cho hàm số,  là tham số. Tìm số giá trị nguyên của tham số  để  có tập xác định ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Với  thì  có tập xác định là . Suy ra  thỏa mãn.

Với  hàm số đã cho có tập xác định  khi và chỉ khi

.

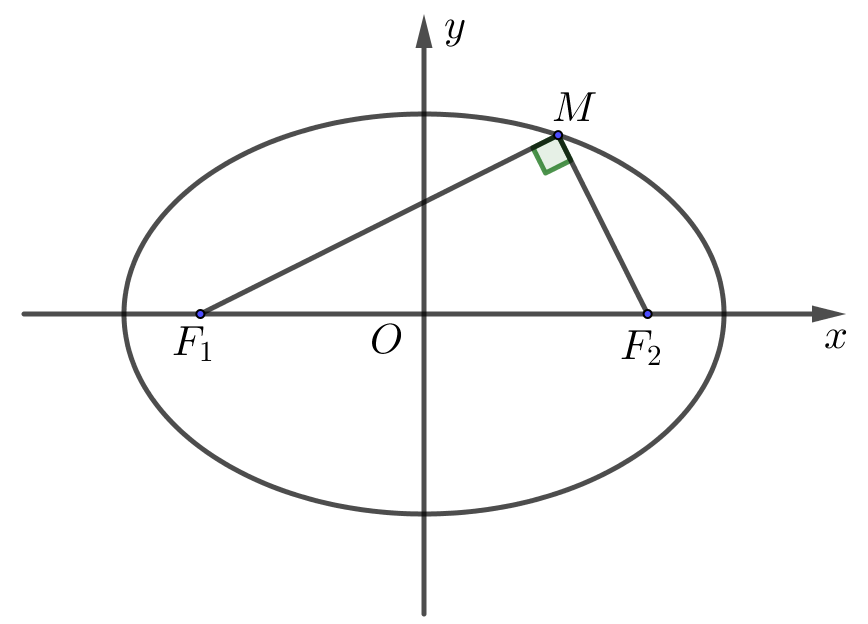
Vì  nên 

Vậy có tất cả  giá trị nguyên của  thỏa mãn.

**Câu 30:** Trong mặt phẳng tọa độ , cho elip  có phương trình chính tắc , với . Biết  đi qua điểm  và  nhìn hai tiêu điểm của  dưới một góc vuông. Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Ta có  đi qua điểm  nên .

Vì  nhìn hai tiêu điểm  dưới một góc vuông nên .

Khi đó  thay vào  ta được

.

Vậy .

**Câu 31:** Cho điểm  nằm trên Hyperbol :  (trong đó ). Biết diện tích tam giác  bằng  (trong đó  là các tiêu điểm của Hyperbol ). Khi đó  với . Giá trị của biểu thức  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Hyperbol  có  nên .

Lại có  .

Mà .

Mặt khác .

Khi đó .

Vậy giá trị của biểu thức .

**Câu 32:** Trong mặt phẳng tọa độ  cho hai điểm  và . Biết có hai điểm  nằm trên parabol  sao cho tam giác  vuông tại  là . Tính giá trị biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Vì  nằm trên parabol nên 

;

Lại có  vuông tại  









Khi đó .

Vậy giá trị biểu thức .

**Câu 33:** Anh An canh gác ở ngọn hải đăng đặt tại vị trí  cách bờ biển một khoảng cách . Trên bờ biển có một cái chợ ở vị trí  cách  một khoảng . Anh An chèo thuyền từ ngọn hải đăng  đến vị trí  trên bờ biển với vận tốc  rồi đi bộ đến  với vận tốc . Biết rằng khoảng cách từ vị trí  đến  là  và thời gian anh An đi từ  đến  (qua ) là  phút. Khi đó giá trị của biểu thức  bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

Vì tam giác  vuông tại nên  

Thời gian đi từ đến  là .

Thời gian đi từ đến  là .

Mà thời gian anh An đi từ  đến  (qua ) là  phút=



Vậy giá trị của biểu thức  .

**Câu 34:** Cho hàm số  (  là tham số). Số giá trị nguyên dương của tham số  để  với mọi  thuộc  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có .

Suy ra .

 với mọi  thuộc  .

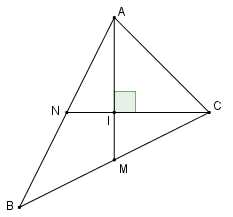
Mà  nên .

Vậy có  giá trị nguyên thoả đề bài.

**Câu 35:** Cho tam giác  có hai đường trung tuyến  và . Biết . Hỏi giá trị nhỏ nhất của  bằng bao nhiêu?

**A.** ****. **B.** ****. **C. **. **D. **.

**Lời giải**



Đặt . Gọi  là giao điểm của  và .

Ta có .

.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi .

Vậy giá trị nhỏ nhất của  là ****.

**Câu 36.** Cho mẫu số liệu gồm bốn số tự nhiên khác nhau và khác , biết số trung bình là  và số trung vị là . Tìm tổng các giá trị của mẫu số liệu đó, biết hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** ****. **B.** ****. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

Gọi bốn số tự nhiên khác nhau và khác  là .

Do số trung bình là  nên .

Vậy tổng các giá trị của mẫu số liệu là ****.

**Câu 37.** Trong mặt phẳng tọa độ , cho tam giác  có , ,  lần lượt là trung điểm cạnh , trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp. Tìm tọa độ điểm , biết có hoành độ nhỏ hơn 3.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có ; .

Vì  là trọng tâm tam giác ,  là trung điểm cạnh nên

.

Ta có .

Vì  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  nên .

Lại có  là trung điểm cạnh nên đường thẳng  đi qua  và nhận  làm vectơ pháp tuyến.

Do đó phương trình đường thẳng  là: .

 (điều kiện ) .

Ta có 

.

Đối chiếu điều kiện suy ra . Vậy .

**Câu 38.** Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 20 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để được số điểm thưởng là lớn nhất.

**A.** 6 lít nước táo. **B.** 6 lít nước cam, 3 lít nước táo.

**C.** 3 lít nước cam, 6 lít nước táo. **D.** 7 lít nước cam.

**Lời giải**

Gọi  lần lượt là số lít nước cam , nước táo mà mỗi đội cần pha.

Số gam đường cần dùng là 

Số lít nước cần dùng là 

Số gam hương liệu là .

Số điểm thưởng là : (điểm)

Khi đó, *x* và *y* thỏa mãn hệ bất phương trình: 

Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là miền tứ giác  với ,   và ; 

A diagram of a mathematical equation

Description automatically generated with medium confidence

Lập bảng:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Đỉnh |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 140 |

Vậy cần pha chế 6 lít nước táo để số điểm thưởng lớn nhất.

**Câu 39.** Một hộp chứa  quả cầu gồm năm quả cầu xanh đánh số từ  đến , bốn quả cầu đỏ đánh số từ  đến  và bốn quả cầu vàng đánh số từ  đến . Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó  quả cầu vừa khác màu vừa khác số.

**A.** 36. **B.** 288. **C.** 24. **D.** 12.

**Lời giải**

Để chọn ra 3 quả cầu khác màu, ta chọn ra một quả cầu vàng, một quả cầu đỏ, một quả cầu xanh.

Số cách chọn ra 1 quả cầu màu vàng là 4 cách.

Số cách chọn ra 1 quả cầu màu đỏ khác số với quả cầu màu vàng là 3 cách.

Số cách chọn quả cầu màu xanh khác số với hai quả cầu đã chọn là 3 cách.

Theo quy tắc nhân có:  cách.

**Câu 40.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để phương trình  có nghiệm?

**A.** 2030. **B.** 2032. **C.** 2034. **D.** 2033.

**Lời giải**

Xét phương trình 



.

Để phương trình  có nghiệm

 có nghiệm



Mà ,  nên .

Vậy có 2034 giá trị  thỏa mãn ycbt.

**Câu 41.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để phương trình  có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc nửa khoảng ?

**A.** 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

**Lời giải**

Xét phương trình (1)

Ta có .

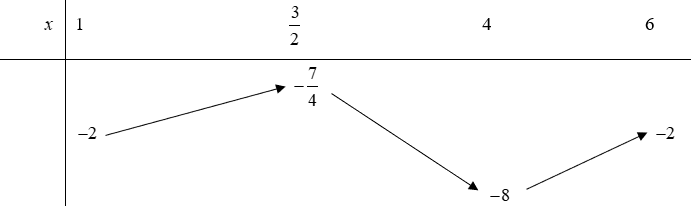
Với , phương trình (1) trở thành .

Xét hàm số , đồ thị hàm số là parabol có hoành độ đỉnh .

Với , phương trình (1) trở thành .

Xét hàm số , đồ thị hàm số là parabol có hoành độ đỉnh .

Ta có bảng biến thiên:



Để phương trình  có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc nửa khoảng 

 mà  nên .

Vậy có 6 giá trị  thỏa mãn ycbt.

**Câu 42.** Có bao nhiêu giá trị của tham số  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn  bằng 1?

**A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

**Lời giải**

Xét hàm số  có  nên đồ thị hàm số là parabol quay bề lõm lên trên, có điểm thấp nhất là đỉnh .

Trường hợp 1: .

Khi đó (Loại).

Trường hợp 2: .

Khi đó .

Suy ra  thỏa mãn.

Trường hợp 3: .

Khi đó  hoặc .

Suy ra  thỏa mãn.

Do đó .

Vậy có 2 giá trị  thỏa mãn ycbt.

**Câu 43.** Cho hàm số  . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để 

**A.** 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

Vì  nên 

Đặt 

TH1:  . Khi đó 

TH2: 

Khi đó 

Kết hợp với . Mà 

TH3: 

Khi đó 

Kết hợp với . Mà 

Vậy có 2 giá trị nguyên của  thỏa mãn.

**Câu 44.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  cho đường thẳng  và đường tròn . Tìm tọa độ điểm  sao cho từ  kẻ được hai tiếp tuyến  thỏa mãn khoảng cách từ  đến đường thẳng  là lớn nhất.

**A.**  . **B.**  . **C.** . **D.**  .

**Lời giải**

Đường tròn  có tâm  và bán kính .

Vì  nên giả sử 

Ta có 

Do đó *A*, *B* thuộc đường tròn tâm *M*, bán kính *MA* có phương trình:



Toạ độ *A*, *B* thỏa mãn hệ phương trình:



Do đó *A*, *B* thuộc đường thẳng có phương trình: 

Nhận thấy đường thẳng *AB* luôn đi qua điểm .

Do đó  nên  lớn nhất khi và chỉ khi 

Ta có đường thẳng *AB* có vectơ chỉ phương , 



Do đó 

**Câu 45.** Cho tam giác *ABC* vuông cân tại *.* Lấy điểm *O* nằm ở miền trong tam giác  sao cho . Tính góc .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Dựng tam giác *OAE* vuông cân tại *A* sao cho *O* và *E* nằm khác phía so với đường thẳng *AB*

Đặt 

****

Xét tam giác *AOC* và *AEB* có:



Do đó 

Mặt khác :

Xét tam giác *BOE* có: 

Do đó tam giác *BOE* vuông tại *O* nên .

**Câu 46.** Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh 1cm.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

A blue and red cube with lines and dots

Description automatically generated

Có tất cả 27 điểm, chọn 3 điểm trong 27 điểm có .

Có tất cả  bộ ba điểm thẳng hàng.

Vậy có  tam giác.

**Câu 47.** Hằng ngày bạn Hùng đều đến đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí  cách lề đường một khoảng  để chở Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm , cách mình một đoạn  thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là , vận tốc xe đạp của Hùng là 15 . Hãy xác định vị trí  trên lề đường (cách điểm  bao nhiêu mét) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

A diagram of a triangle

Description automatically generated with medium confidence

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Đổi  ; .

Đặt .

Xét tam giác  vuông tại , theo định lý Pythago ta có:



Quãng đường di chuyển của Minh từ vị trí  đến điểm gặp nhau  dài 

Thời gian di chuyển của Minh từ vị trí  đến điểm  là  (giờ).

Xét tam giác  vuông tại , ta có:

.

Ta có: 

Do đó, quãng đường di chuyển của Hùng từ  đến  dài 

Thời gian di chuyển của Hùng từ  đến  là  (giờ).

Để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia thì thời gian di chuyển từ vị trí  đến  của Minh phải bằng thời gian di chuyển từ vị trí  đến  của Hùng.

Khi đó ta có phương trình: 

Giải phương trình trên ta được nghiệm dương 

Suy ra .

Vậy vị trí  thỏa mãn yêu cầu đề bài là điểm cách  khoảng .

**Câu 48.** Trong mặt phẳng  cho tam giác  có đỉnh , trực tâm , đường tròn ngoại tiếp tam giác có phương trình . Biết tọa độ đỉnh , với . Hiệu  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

A diagram of a triangle with lines and triangles

Description automatically generated

Ta có đường tròn ngoại tiếp  là đường tròn tâm  và bán kính .

Kẻ đường kính , ta có: ; mà 

Hoàn toàn tương tự chứng minh được: .

Do đó  là hình bình hành.

Kẻ  suy ra  là trung điểm của  là trung điểm của  .

Do đó  là đường trung bình của tam giác .



Phương trình .

, do đó tọa độ điểm  là nghiệm của hệ phương trình:

 Suy ra  hoặc 

Mà  nên .

**Câu 49.** Cho hình thang cân  (đáy lớn ) ngoại tiếp đường tròn bán kính  và nội tiếp đường tròn bán kính . Biết , số đo góc  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

****

Gọi  là tâm đường tròn nội tiếp hình thang  lần lượt là hình chiếu của và *D* trên *AB.*

Đặt .

Ta có: 

Từ đó suy ra: .

Áp dụng định lý cosin trong tam giác  ta có:

. (1)

Áp dụng định lý sin trong tam giác  ta được : . (2)

Từ (1) và (2) suy ra



**Câu 50.** Cho hàm số . Gọi  lần lượt là giao điểm của đường thẳng  và đồ thị . Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số  để diện tích tam giác  đạt giá trị nhỏ nhất, với .

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm giữa  và đường thẳng 

.

Phương trình (\*) có .

Giải sử  .

.

Dấu bằng xảy ra khi m = 2.

------------------------------Hết------------------------------